

## LEMBAR AKTIVITAS SISWA – FUNGSI EKSPONEN DAN FUNGSI LOGARITMA

Nama Siswa : \_\_\_\_\_

Kelas : \_\_\_\_\_

### A. FUNGSI EKSPONENSIAL DAN FUNGSI LOGARITMA

#### 1. FUNGSI EKSPONENSIAL

Fungsi yang variabel independennya (x) merupakan pangkat dari suatu konstanta.

Contoh:  $y = 2^x$ ,  $y = 10^x$ ,  $y = 2(3^x)$ ,  $y = 5(2^{3x})$

Bentuk umum  $y = a(b^{cx})$

a = intercept (titik potong dgn sumbu y)

b = basis

c = bagian dari basis

x = variabel bebas (independent variable)

- $y = 2^{-x}$
- $y = 3^{-x}$

pangkat negatif bisa dihilangkan:

$$y = 2^{-x} = (2^{-1})^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = 3^{-x} = (3^{-1})^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

Jadi : fungsi eksponensial pangkat negatif = fungsi eksponensial pangkat positif, dgn basis :  $0 < b < 1$  (basis bilangan pecahan).

Aplikasi :

- $y = b^x$  menggambarkan pertumbuhan (growth)
- $y = b^{-x}$  menggambarkan peluruhan (decay)

#### • Nilai Fungsi Eksponensial

Untuk menentukan nilai suatu fungsi maka cukup dengan mensubstitusi/ mengganti nilai x ke bentuk fungsi.

#### Latihan 1

1) Lengkapilah tabel berikut:

	x							
	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x) = 2^x$								
$f(x) = 2^{-x}$								
$f(x) = 3^x$								
$f(x) = 3^{-x}$								

2) untuk fungsi  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , dimana  $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$   
 tentukan  $R_f$ .

Jawab:

$$X = -2 \rightarrow f(-2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

3) Untuk  $f(x) = 2 \cdot (3^{x-1})$ :

a. jika  $f(a) = 18$ , maka nilai a = ...

jawab:

b. jika  $f(b) = \frac{2}{81}$ , maka nilai b = ...

Jawab;

4) Jika  $f(x) = a(2)^{x+2}$ , dan nilai  $f(-2) = 5$ , maka nilai  $f(3) =$   
 ...

Jawab:

## 2. FUNGSI LOGARITMA

Untuk fungsi  $f(x) = a^x$  dimana  $a > 0$  dan  $a \neq 1$  mempunyai invers, yang dinamakan fungsi logaritma dengan bilangan dasar  $a$  dan ditulis:

$$y = f^{-1}(x) = {}^a \log x$$

### • Nilai Fungsi Logaritma

Untuk menentukan nilai suatu fungsi maka cukup dengan mensubstitusi/ mengganti nilai  $x$  ke bentuk fungsi.

### Latihan 2

1) Lengkapilah tabel berikut:

	x								
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	1	2	3	4	8	9
$f(x) = {}^2 \log x$				0					
$f(x) = {}^{\frac{1}{2}} \log x$				0					
$f(x) = {}^3 \log x$				0					
$f(x) = {}^{\frac{1}{3}} \log x$				0					

2) untuk fungsi  $f(x) = {}^5 \log x$ , dimana  $D_f = \{\frac{1}{25}, \frac{1}{5}, 1, 5, 25\}$

tentukan  $R_f$ .

Jawab:

3) Untuk  $f(x) = {}^2 \log (x+2)$

a. jika  $f(a) = 4$ , maka nilai  $a = \dots$

jawab:

b. jika  $f(b) = -3$ , maka nilai  $b = \dots$

Jawab;

4) Jika  $f(x) = P \cdot {}^2 \log (x+1)$ , dan nilai  $f(1) = 3$ , maka nilai  $f(3) = \dots$

Jawab:

## B. GRAFIK FUNGSI EKSPONEN DAN LOGARITMA

Untuk grafik  $y = f(x) = a^x$  (Fungsi Eksponen) dan  $y = f(x) = {}^a \log x$  (Fungsi Logaritma), dibedakan menjadi dua yaitu untuk  $0 < a < 1$  dan  $a > 1$ .

### Kurva $y = a^x$ didapat dari

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{1}{a^2}$	$\frac{1}{a}$	1	a	$a^2$	$a^3$

### Kurva $y = {}^a \log x$ didapat dari

x	$\frac{1}{a^3}$	$\frac{1}{a^2}$	$\frac{1}{a}$	1	a	$a^2$	$a^3$
y	-3	-2	-1	0	1	2	3

Contoh :

Gambarlah grafik fungsi logaritma  $y = {}^2 \log x$ .

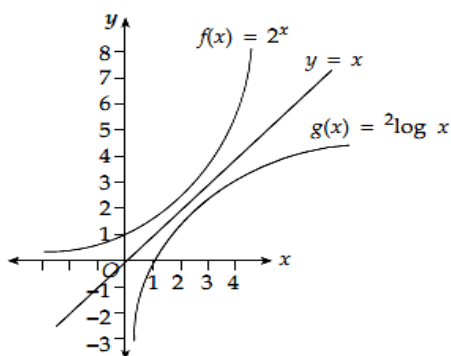
Jawab:

Langkah pertama, gambarlah grafik  $y = 2^x$  pada bidang Cartesius dengan cara menentukan titik bantu.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$^{-1/8}$	$^{-1/4}$	$^{-1/2}$	1	2	4	8

Langkah kedua, gambarkan grafik  $y = {}^2 \log x$  pada bidang Cartesius dengan cara menentukan titik bantu.

x	$^{-1/8}$	$^{-1/4}$	$^{-1/2}$	1	2	4	8
y	-3	-2	-1	0	1	2	3



S

No.	Fungsi $f(x) = 2^x$	Fungsi $g(x) = {}^2 \log x$
1.	Daerah asalnya $\{x x \in R\}$	Daerah asalnya $\{x x > 0, x \in R\}$
2.	Daerah hasilnya $\{y y > 0, y \in R\}$	Daerah hasilnya $\{y y \in R\}$
3.	Sumbu-x asimtot datar	Sumbu y asimtot tegak
4.	Grafik di atas sumbu-x	Grafik di sebelah kanan sumbu-y
5.	Memotong sumbu-y di titik (0, 1)	Memotong sumbu-x di titik (1, 0)
6.	Merupakan fungsi naik untuk setiap x	Merupakan fungsi naik untuk setiap x

Sifat-sifat ini berlaku untuk setiap fungsi eksponen  $f(x) = a^x$  dan fungsi logaritma  $g(x) = {}^a \log x$  dengan  $a > 1$ .

### LATIHAN 3

1. Gambarkan grafik fungsi eksponen  $f(x) = (1/2)^x$  dan  $g(x) = {}^{1/2} \log x$ .

Jawab:

$$Y = f(x) = (1/2)^x$$

x							
y							

$$Y = f(x) = {}^a \log x$$

x							
y							

### Grafik:

No.	Fungsi $f(x) = (1/2)^x$	Fungsi $g(x) = {}^{1/2} \log x$
1.	Daerah asalnya $\{x x \in R\}$	Daerah asalnya $\{x x > 0, x \in R\}$
2.	Daerah hasilnya $\{y y > 0, y \in R\}$	Daerah hasilnya $\{y y \in R\}$
3.	Sumbu-x asimtot datar	Sumbu-y asimtot tegak
4.	Grafik di atas sumbu-x	Grafik di sebelah kanan sumbu-y
5.	Memotong sumbu-y di titik (0, 1)	Memotong sumbu-x di titik (1, 0)
6.	Merupakan fungsi turun untuk setiap x	Merupakan fungsi turun untuk setiap x

Sifat-sifat ini berlaku untuk setiap fungsi eksponen  $f(x) = a^x$  dan fungsi logaritma  $g(x) = {}^a \log x$  dengan  $0 < a < 1$ .

### C. PERTUMBUHAN DAN PELURUHAN

Banyak hal yang dapat menggunakan fungsi eksponen dan fungsi logaritma. Misalnya: bunga majemuk, pertumbuhan penduduk, perkembangbiakan bakteri, peluruhan radio aktif, dan lain-lain.

#### 1) Bunga Majemuk

Jika modal sebesar M disimpan di bank dengan bunga majemuk b per tahun, maka besarnya simpanan tersebut setelah n tahun dapat di rumuskan dengan:

$$M_n = M (1+b)^n$$

Contoh:

Bambang menabung pada bank B sebanyak Rp. 400.000, bila bunga bank 3%/tahun. Berapakah uang tabungan bambang pada tahun ke 5?

Jawab:

$$\begin{aligned}\text{Tabungan bambang} &= \left( \frac{100 + 3}{100} \right)^5 \times \text{Rp } 400.000,- \\ \text{setelah 5 tahun} &= (103/100)^5 \times \text{Rp } 400.000,- \\ &= (1,03)^5 \times \text{Rp } 400.000,- \\ &= \text{Rp } 463.710,-\end{aligned}$$

## 2) Pertumbuhan

Jumlah penduduk setelah n tahun dirumuskan dengan:

$$P_n = P e^{kn}$$

Dengan P = jumlah penduduk mula-mula, dan k tingkat pertumbuhan pertahun.

## 3) Peluruhan

Sejumlah N unsure radio aktif mengalami peluruhan. Jumlah unsur radio aktif yang sisa setelah selang waktu t dapat dirumuskan dengan:

$$N_t = N \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Dengan  $n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}$  dimana t = waktu yang dijalani, dan  $T_{\frac{1}{2}}$  = waktu paruh.

## LATIHAN 4

1. Antoni menyimpan uang sebesar 500.000, disimpan disuatu bank dengan bunga majemuk 10% pertahun. Setelah berapa tahun modal tersebut menjadi Rp. 950.000  
Jawab:

2. Pada awal tahun, rony menabung uang di bank sebesar Rp. 125.000. ia menyimpan uang selama 8 tahun. Berapa jumlah uang rony pada akhir tahun ke delapan jika bank member suku bunga majemuk 6% setahun?

Jawab:

3. Pak Thomas menabung Rp. 2.000, selama 5 tahun dengan bunga 12% per tahun. Jika perhitungan tiga bulanan, berapakah besar bunga yang diterima pak Thomas?

Jawab:

4. Yusuf menabung sebesar Rp. 1000.000 pada sebuah bank dengan bunga 10% per tahun. Berapa lama Yusuf menyimpan uang tersebut agar menjadi Rp. 1.464.100?

Jawab: